

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. inż. Grzegorza Siudema**  
**pt. *Zastosowanie metod kombinatoryki do badania przestrzeni stanów w wybranych modelach fizyki statystycznej***

Zgodnie z tytułem, praca doktorska mgr. inż. Grzegorza Siudema poświęcona jest fizyce statystycznej, w szczególności kilku wybranym modelom o dość fundamentalnym znaczeniu (model Isinga, model gazu klastrów, błędzenie na grafach). Do analizy pewnych aspektów tych modeli pan mgr. inż. Siudem zastosował techniki kombinatoryczne, przy czym, zgodnie z zamysłem autora rozprawy, techniki te związane są przede wszystkim z wykorzystaniem własności tzw. wielomianów Bella.

Zastosowania kombinatoryki w fizyce statystycznej są niemal tak stare jak sama fizyka statystyczna, a stały się niezbędnym jej elementem w analizie modeli kwantowych. Zliczanie stanów i ich obsadzeń to fundamentalne zadania mechaniki statystycznej, rozwiązanie których stanowi punkt wyjścia do badania własności termodynamicznych układów fizycznych, a więc powiązania fizyki statystycznej z termodynamiką i, w ogólności, opisu własności makroskopowych układów złożonych. Praca pana mgr. inż. Grzegorza Siudema wnosi do problematyki kilka wartościowych rezultatów, ciekawych nie tylko z uwagi na wspomniane powyżej zagadnienia fizyczne, ale także z punktu widzenia samej kombinatoryki. Część z nich została już opublikowana w dwóch pracach, dwie następne publikacje są, jak rozumiem, przygotowane do druku.

Rozprawa doktorska pana mgr. inż. Grzegorz Siudema, zgodnie z wszelkimi zasadami sztuki, składa się z dwóch części: monograficzno-wprowadzającej i podzielonej na kilka rozdziałów części zawierającej oryginalne wyniki autora. Obszerna, ponad pięćdziesięciostronicowa (co jest uzasadnione rozległością tematyki) część monograficzna stanowiąca pierwszy rozdział pracy, jest bardzo dobrym wprowadzeniem do fizyki statystycznej modeli sieciowych (skrótowe, ale kompetentne omówienie zespołów statystycznych, rozwinięć wysoko- i niskotemperaturowych) z matematycznego punktu widzenia. Autor nie zajmuje się zbytnio zastosowaniami fizycznymi formalizmu, ale koncentruje się na metodach matematycznych, w szczególności kombinatorycznych. Nie jest to zarzut, gdyż pozostaje to w całkowitej zgodzie z charakterem i celami rozprawy. W tej części rozprawy autor zawarł też niezbędne informacje dotyczące wielomianów Bella i ich związku z kombinatoryką.

Oryginalnym wynikiem pana mgr. inż. Grzegorza Siudema poświęcone są trzy kolejne rozdziały rozprawy, w których autor omawia kolejno rozwinięte przez niego metody kombinatoryczne w zastosowaniu do gazu klastrów, modelu Isinga na sieciach dwuwymiarowych oraz spacerów po dwuwymiarowych grafach. Jako swoje główne osiągnięcia autor wymienia czysto kombinatoryczne wyprowadzenie rozkładu kanonicznego, dowód twierdzenia pozwalającego na wyrażenie sumy statystycznej układu klastrów za pomocą wielomianów Bella, zastosowanie wielomianów Bella do analizy modeli sieciowych na różnych sieciach (izotropowej sieci kwadratowej, trójkątnej i sześciokątnej oraz ich uogólnieniach w postaci tzw. grafów Utiyamy, m.in. sieci kagomé), interpretacji modeli sieciowych (w szczególności przejść fazowych w takich sieciach) w terminach gazu klastrów

oraz kombinatorycznych aspektów spacerów po grafach. Wszystkie te wyniki są oryginalne, choć mają różną wagę z punktu widzenia czysto teoretycznego oraz zastosowań.

Pierwszy z rezultatów dotyczący rozkładu kanonicznego zawarty jest w pierwszej, monograficznej części rozprawy. Moim zdaniem słusznie, gdyż niezależnie od niewątpliwej urody tego wyprowadzenia wykorzystującego własności wielomianów Bella pozostaje tylko przyczynkiem do problemu obliczania sumy statystycznej. Nie mniej przeto, zaobserwowany związek z tzw. liczbami Laha (szczególnymi wartościami wielomianów Bella) jest niewątpliwie interesujący.

Dowód twierdzenia (Twierdzenie 3 w rozprawie) dotyczącego wyrażenia sumy statystycznej gazu klastrow za pomocą wielomianów Bella jest ważnym (i niezbędnym) uzupełnieniem kombinatorycznego podejścia do tego problemu zainicjowanego w pracach Fronczak. Wynik ten został już przez pana mgr. inż. Siudema opublikowany i niewątpliwie stanowić będzie ważny wkład do kombinatorycznej analizy modeli fizyki statystycznej.

Z powyżej omówionym wynikiem dotyczącym zastosowania formalizmu kombinatorycznego wykorzystującego własności wielomianów Bella związane są rozważania autora rozprawy poświęcone różnym wariantom modelu Isinga. Formalizm wielomianów Bella pozwolił panu mgr. inż. Siudemowi na analizę i próbę interpretacji formalnej analogii między modelami gazu klastrow i modelami Isinga. Choć interpretacja zawodzi (a przynajmniej nie jest jasna) wypadku niektórych sieci - jednowymiarowego łańcucha i sieci trójkątnej, to pokazanie, iż fazom ferromagnetycznej i paramagnetycznej w modelu Isinga na sieci kwadratowej odpowiadają w modelu gazu klastrowego różniące się rozmiarem średnie klastry, jest obserwacją bardzo interesującą i wartą podjęcia dalszych badań nad wspomnianą analogią, w szczególności w powiązaniu ze sformułowaną przez autora hipotezą dotyczącą nieujemności współczynników w rozwinięciach nisko- i wysokotemperaturowych dla par grafów dualnych. Ta część pracy (rozdział 3 rozprawy) wydaje mi się więc najważniejsza z punktu widzenia wyników i hipotez dla dalszych badań.

W rozdziale czwartym rozprawy autor zajmuje się spacerami na płaskich grafach o dużej symetrii (generowanych za pomocą skończonej liczby wektorów), w szczególności liczbą spacerów o zadanej długości. Na podstawie kilku przykładów szczególnych pan mgr inż. stawia hipotezę (sformułowaną w postaci dwóch twierdzeń, które w rozprawie zostały udowodnione), pozwalającą na wyrażenie liczby takich spacerów za pomocą pewnych całek z funkcji trygonometrycznych. Z drugiej strony liczby te okazują się być związane z konkretnymi ciągami całkowitoliczbowymi o pochodzeniu kombinatorycznym. W efekcie autor otrzymał więc całkowitą reprezentację pewnych szeregów kombinatorycznych. Dodatkowym pięknem takich reprezentacji jest fakt, iż wyrażeniami podcałkowymi są w nich stosunkowo proste kombinacje funkcji trygonometrycznych (potęgi wielomianów takich funkcji). Choć sam fakt, że całki z funkcji trygonometrycznych są interesującymi wielkościami kombinatorycznymi nie jest aż tak zaskakujący, jak stara się nas o tym przekonać autor, przyznaję, że otrzymane rezultaty mają inny charakter niż te, które znaleźć można w cytowanej przez pana mgr. inż. Siudema książce Egorycheva. Mają bowiem bardzo



ładną interpretację geometryczną właśnie w postaci spacerów po grafach, której brakuje metodom analizy zespolonej stosowanym przez Egorycheva. Wyniki zwarte w tym rozdziale rozprawy mają zasadniczo charakter czysto matematyczny. Z tym stwierdzeniem autor zapewne się nie zgodzi – argumentuje on w rozprawie, że mają one też znaczenie z punktu widzenia fizyki, jednak argumenty są raczej ogólne i sprowadzają się do stwierdzenia, że grafy i spacery po nich znajdują zastosowanie w wielu działach fizyki. Nie ma to jednak szczególnego znaczenia, gdyż, w mojej opinii, ten czysto matematyczny charakter w niczym nie umniejsza urody i znaczenia otrzymanych wyników.

Rozprawa jest dobrze zredagowana, argumenty i obliczenia, choć niekiedy żmudne są jasno przedstawione. Zdecydowanie techniczne fragmenty zostały słusznie umieszczone w Dodatku B, a kilka podstawowych definicji i twierdzeń z dziedziny fizyki statystycznej i kombinatoryki w Dodatku A, co ułatwia śledzenie rozumowań. Rozprawa opatrzona jest obszerną bibliografią obejmującą zarówno szereg pozycji podręcznikowych jak i prac oryginalnych. Wybór pozycji (spośród olbrzymiej liczby prac np. poświęconych modelom Isinga) jest bardzo dobry i dobrze dostosowany do zakresu, charakteru (w dużym stopniu matematycznego) i celów rozprawy.

W kilku miejscach udało się autorowi przemycić nieco rozważań filologicznych dotyczących używanego (zarówno w samej rozprawie, jak i w innych pracach) nazewnictwa oraz uwag historycznych, zarówno na temat rozwoju obszaru badań rozprawy, jak i poszczególnych problemów. Ułatwia to i umila czytanie rozprawy – zazwyczaj bowiem prace doktorskie charakteryzuje dość suchy język służący omawianiu kolejnych rozumowań i wzorów. Kilka potknięć językowych (jak np. przegrane potyczki z imiesłowem) nie jest wartych szczegółowego wymieniania, chciałbym jednak gorąco zaprotestować przeciwko używaniu określenia „sekcja” (*passim*) tam, gdzie można z powodzeniem zastosować słowa takie jak „rozdział”, „podrozdział”, „część”, „punkt” itp. Prawdę powiedziawszy „sekcja” kojarzy mi się wyłącznie z „sekcją zwłok” lub „sekcją piłki nożnej” (czy czegośkolwiek innego) w klubie sportowym.

Podsumowując stwierdzam, że rozprawa doktorska pana mgr. inż. Grzegorz Siudema spełnia wszelkie wymagania formalne, przede wszystkim ma ustawowo wymagany charakter „oryginalnego rozwiązania problemu naukowego”, a także zwyczajowe stawiane tego typu dziełom. Otrzymane wyniki są interesujące, zarówno z punktu widzenia czysto matematycznego, jak i zastosowań fizycznych i stanowią nowatorski wkład do problematyki. Wnoszę więc o dopuszczenia pana mgr. inż. Grzegorza Siudema do dalszych etapów przewodu doktorskiego.



Warszawa, 5.05.2017

prof. dr hab. Marek Kuś

